Paper-1

JEE Advanced, 2017

Part I: Physics

Read the instructions carefully:

General:

1. This sealed booklet is your Question Paper. Do not break the seal till you are instructed to do so.
2. The question paper CODE is printed on the left hand top corner of this sheet and the right hand top corner of the back cover of this booklet.
3. Use the Optical Response Sheet (ORS) provided separately for answering the questions.
4. The paper CODE is printed on its left part as well as the right part of the ORS. Ensure that both these codes are identical and same as that on the question paper booklet. If not, contact the invigilator.
5. Blank spaces are provided within this booklet for rough work.
6. Write your name and roll number in the space provided on the back cover of this booklet.
7. After breaking the seal of the booklet at 9:00 am, verify that the booklet contains 36 pages and that all the 54 questions along with the options are legible. If not, contact the invigilator for replacement of the booklet.
8. You are allowed to take away the Question Paper at the end of the examination.

Optical Response Sheet

9. The ORS (top sheet) will be provided with an attached Candidate's Sheet (bottom sheet). The Candidate's Sheet is a carbon – less copy of the ORS.
10. Darken the appropriate bubbles on the ORS by applying sufficient pressure. This will leave an impression at the corresponding place on the Candidate's Sheet.
11. The ORS will be collected by the invigilator at the end of the examination.
12. You will be allowed to take away the Candidate's Sheet at the end of the examination.
13. Do not tamper with of mutilate the ORS. Do not use the ORS for rough work.

14. Write your name, roll number and code of the examination center, and sign with pen in the space provided for this purpose on the ORS. Do not write any of these details anywhere else on the ORS. Darken the appropriate bubble under each digit of your roll number.

Darken the Bubbles on the ORS

15. Use a Black Ball Point Pen to darken the bubbles on the ORS.

16. Darken the bubble ⬭ completely.

17. The correct way of darkening a bubble is as: ⬬

18. The ORS is machine – gradable. Ensure that the bubbles are darkened in the correct way.

19. Darken the bubbles only if you are sure of the answer. There is no way to erase or "un–darken" a darkened bubble.

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 28)

- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

  Full Marks : +4 If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is(are) darkened.

  Partial Marks : +1 For darkening a bubble corresponding to **each correct option,** provided NO incorrect option is darkened.

  Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.

  Negative Marks : –2 In all other cases.
- For example, if (A), (C) and (D) are all the correct options for a question, darkening all these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get **–**2 marks, as a wrong option is also darkened.

खंड 1 : (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में **सात** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :**
- पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।

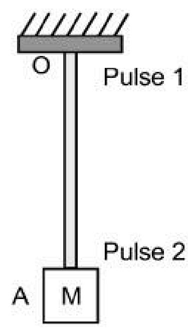
  आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।

  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।

  ऋण अंक : –2 अन्य सभी परिस्थितियों में
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) तथा (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगे ; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगे तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर **–**2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

1. A block M hangs vertically at the bottom end of a uniform rope of constant mass per unit length. The top end of the rope is attached to a fixed rigid support at O. A transverse wave pulse (Pulse 1) of wavelength λ_0 is produced at point O on the rope. The pulse takes time T_{OA} to reach point A. If the wave pulse of wavelength λ_0 is produced at point A (Pulse 2) without disturbing the position of M it takes time T_{AO} to reach point O. Which of the following options is/are correct ?

एक समान रैखिक घनतावाले (uniform mass per unit length) उर्ध्वाधर डोरी के निचले सिरे पर गुटका M लटका हुआ है। डोर का दूसरा सिरा दृढ़ आधार (बिन्दु O) से संलग्न है। तरंगदैर्ध्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 1, pulse 1) बिंदु O पर उत्पन्न की गई है। ये तरंग स्पंद बिन्दु O से बिन्दु A तक T_{OA} समय में पहुँचती है। गुटके M को बिना विक्षोभित किये हुए बिन्दु A पर निर्माण की गई तरंगदैर्ध्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 2, pulse 2), बिन्दु A से बिन्दु O तक T_{AO} समय में पहुँचती है। निम्न में कौनसा (से) कथन सही हैं/है ?



(A) The velocities of the two pulses (Pulse 1 and Pulse 2) are the same at the midpoint of rope
(B) The velocity of any pulse along the rope is independent of its frequency and wavelength
(C) The wavelength of Pulse 1 becomes longer when it reaches point A
(D) The time $T_{AO} = T_{OA}$
(A) डोर के मध्य बिन्दु पर स्पंद 1 (Pulse 1) एवं स्पंद 2 (Pulse 2) का वेग समान है
(B) डोर के अनुदिश प्रेषित किसी भी स्पंद का वेग उसकी आवत्ति एवं तरंग–दैर्ध्य पर निर्भर नहीं है।
(C) स्पंद 1 (Pulse 1) की तरंग–दैर्ध्य बिन्दु A तक पहुंचने में लम्बी हो जाएगी
(D) समय $T_{AO} = T_{OA}$

Ans. (ABD or BD)

Sol. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, so speed at any position will be same for both pulses, therefore time taken by both pulses will be same.

$\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \lambda \propto V$, since when pulse 1 reaches at A, speed decreases therefore λ decreases.

Note : If we refer velocity by magnitude only, then option (A, B, D) will be correct, else only (B, D) will be correct.

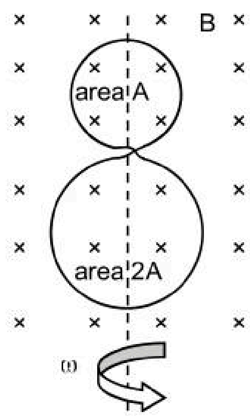
$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, अतः किसी भी स्थिति में दो स्पंदों की चाल समान होगी, इसलिये दोनों स्पंदों द्वारा लिया गया समय समान होगा।

$\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \lambda \propto V$, जब स्पंद 1, A पर पहुंचेगा तो उसकी चाल घटेगी इसलिये तरंगदैर्ध्य λ घटेगा.

Note : यदि हम केवल वेग के परिमाण को मानें तो विकल्प (A, B, D) सही होंगे अन्यथा केवल (B, D) विकल्प सही होंगे

2. A circular insulated copper wire loop is twisted to form two loops of are A and 2A as shown in the figure. At the point of crossing the wires remain electrically insulated from each other. The entire loop lies in the plane (of the paper). A uniform magnetic field $\vec{B}$ points into the plane of the paper. At t = 0, the loop starts rotation about the common diameter as axis with a constant angular velocity ω in the magnetic field. Which of the following options is/are correct ?

एक गोलाकार विद्युत–रोधी ताम्र तार (insulated copper wire) को A एवं 2A वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया गया हैं। तारों के अतिक्रमण बिन्दु विद्युतरोधी रहते है (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। संपूर्ण वलय कागज़ के तल में स्थित है। कागज के तल के अभिलम्बवत स्थिर तथा एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय t = 0 से ω कोणीय वेग (angular velocity) से घूमना शुरू करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?



(A) The net emf induced due to both the loops is proportional to cos ωt
(B) The rate of change of the flux is maximum when the plane of the loops is perpendicular to plane of the paper
(C) The amplitude of the maximum net emf induced due to both the loops is equal to the amplitude of maximum emf induced in the smaller loop alone
(D) The emf induced in the loop is proportional to the sum of the area of the two loops

(A) दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल cos ωt से समानुपाती है
(B) जब वलयों का तल कागज़ के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है
(C) दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेषित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा
(D) प्रेषित विद्युत वाहक बल वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है।

Ans. **(BC)**

Sol. $\phi = BS\cos\theta = BS\cos\omega t$

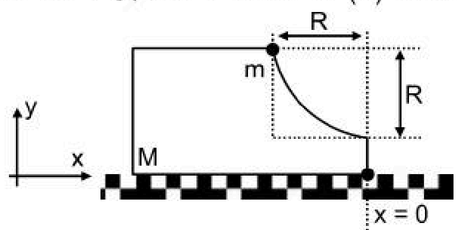
$$e = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = BS\omega\sin\omega t$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \text{max.} \Rightarrow \sin\omega t = 1 \quad \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$$

Net emf, (परिणामी विद्युत वाहक बल) $e = 2BA\omega\sin\omega t - BA\omega\sin\omega t$

3. A block of mass M has a circular cut with a frictionless surface as shown. The block rests on the horizontal frictionless surface of a fixed table. Initially the right edge of the block is at x = 0, in a coordinate system fixed to the table. A point mass m is released from rest at the topmost point of the path as shown and its slides down. When the mass loses contact with the block, its position is x and the velocity is v. At the instant, which of the following options is/are correct ?

वत्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान M है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष्य (in a coordinate system fixed to the table) गुटके का दाहिना कोर (right edge) x = 0 पर स्थित है। द्रव्यमान m वाले एक बिन्दु कण (point mass) को वत्ताकार चाप के उच्चतम बिन्दु से विरामावस्था से छोड़ा जाता (released from rest) है। ये बिन्दु कण वत्ताकार पथ पर नीचे की और सरकता है। जब बिन्दु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्क्षणिक स्थिति x और गति v है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?



(A) The velocity of the point mass m is : $v = \sqrt{\dfrac{2gR}{1+\dfrac{m}{M}}}$

(B) The x component of displacement of the center of mass of the block M is : $-\dfrac{mR}{M+m}$

(C) The position of the point mass is : $x = -\sqrt{2}\dfrac{mR}{M+m}$

(D) The velocity of the block M is : $V = -\dfrac{m}{M}\sqrt{2gR}$

(A) बिन्दु कण (m) का वेग $v = \sqrt{\dfrac{2gR}{1+\dfrac{m}{M}}}$ है

(B) गुटके (M) के संहति केन्द्र के विस्थापन का x घटक (x co-cordinate) $-\dfrac{mR}{M+m}$ है

(C) बिन्दु कण (m) का स्थान $x = -\sqrt{2}\dfrac{mR}{M+m}$ है

(D) गुटके (M) का वेग $V = -\dfrac{m}{M}\sqrt{2gR}$ है

Ans. **(AB)**

Sol. If speed of point mass is v, then using conservation of linear momentum $V = \dfrac{mv}{M}$

यदि बिन्दु द्रव्यमान की चाल v हो तो रेखीय संवेग संरक्षण से, $V = \dfrac{mv}{M}$

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M}\right)^2 \quad ; \quad mgR = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\dfrac{m}{M}}} \quad ; \quad X_M = -\left(\frac{mR}{M+m}\right)$$

4. A flat plate is moving normal to its plane through a gas under the action of a constant force F. The gas is kept at very low pressure. The speed of the plate v is much less than the average speed u of the gas molecules. Which of the following options is/are true ?

(A) The pressure difference between the leading and trailing faces of the plate is proportional to uv.

(B) At a later time the external force F balances the resistive force

(C) The resistive force experienced by the plate is proportional to v

(D) The plate will continue to move with constant non-zero acceleration, at all times

एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दबाव के गैस (gas at low pressure) में, अपने तल की अभिलंब दिशा में, बाह्य बल F के प्रभाव में अग्रसरित है। प्लेट की गति v, गैस अणुओं के औसत गति u से बहुत कम है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

(A) प्रतिगामी एवं अनुगामी पष्ठ के दबाव का अंतर uV के समानुपाती है।

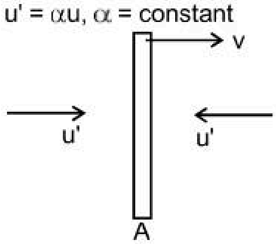
(B) कुछ समय के बाद बाह्य बल F और प्रतिरोधक बल संतुलित हो जाएंगे।

(C) प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल v के समानुपाती है।

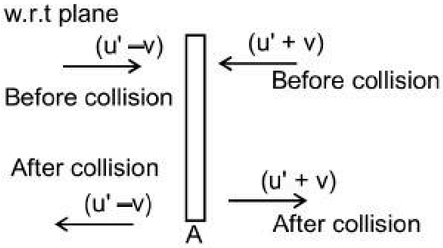
(D) प्लेट सर्वदा शुन्येतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी।

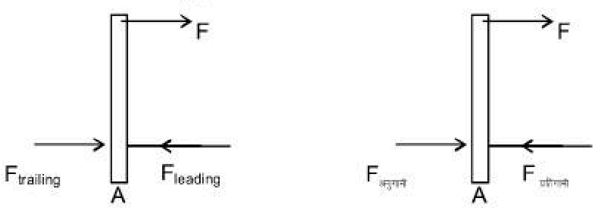
Ans. **(ABC)**

Sol. $u' = \alpha u$, α = constant



w.r.t plane





$F_{leading} = 2\rho A(u' + v)^2$

$F_{trailing} = 2\rho A(u' - v)^2$

$F_{leading} - F_{trailling} = 2\rho A(4u'v) = 8\rho Au'v$

Pressure difference $= \dfrac{F_{leading} - F_{trailing}}{\text{Area}} = 8\rho u'v = 8\rho\alpha uv$

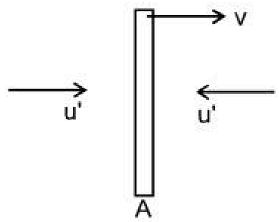
Net force on plate

$F_{net} = F - 8\rho A\alpha uv = \dfrac{mdv}{dt}$

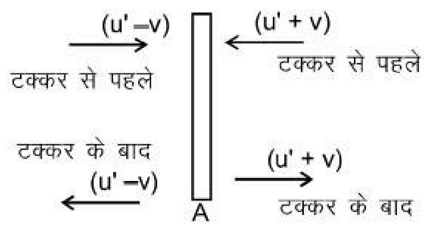
After long time v will be sufficient so $F = 8\rho A\alpha uv$

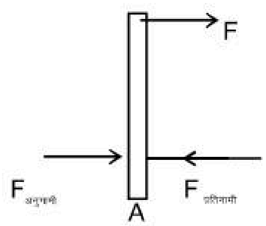
After that v = constant, i.e. plate will achieve terminal velocity.

Sol. $u' = \alpha u$, α = नियत



प्लेट के सापेक्ष





$F_{प्रतिगामी} = 2\rho A(u' + v)^2$

$F_{अनुगामी} = 2\rho A(u' - v)^2$

$F_{प्रतिगामी} - F_{अनुगामी} = 2\rho A(4u'v) = 8\rho Au'v$

दाबांतर $= \dfrac{F_{प्रतिगामी} - F_{अनुगामी}}{क्षेत्रफल} = 8\rho u'v = 8\rho\alpha uv$

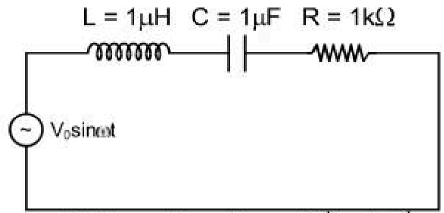
प्लेट पर कुल बल

$F_{कुल} = F - 8\rho A\alpha uv = \dfrac{mdv}{dt}$

बहुत लम्बे समय बाद v पर्याप्त होगा अतः $F = 8\rho A\alpha uv$

इसके पश्चात् v = नियत , अतः प्लेट सीमान्त वेग प्राप्त करेगी।

5. In the circuit shown, L = 1 μH, C = 1 μF and R = 1 kΩ. They are connected in series with an a.c. source $V = V_0 \sin\omega t$ as shown. Which of the following options is/are correct ?



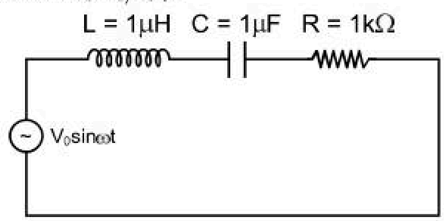
(A) The current will be in phase with the voltage if $\omega = 10^4$ rad.s^{-1}

(B) At $\omega >> 10^6$ rad.s^{-1}, the circuit behaves like a capacitor

(C) The frequency at which the current will be in phase with the voltage is independent of R

(D) At $\omega \sim 0$ the current flowing through the circuit becomes nearly zero

चित्र में दिखाये गए परिपथ L = 1 μH, C = 1 μF, R = 1 kΩ है। एक परिवर्ती वोल्टता ($V = V_0 \sin\omega t$) स्त्रोत से श्रेणी संबध है। निम्न में कौन सा (से) कथन सही है/हैं।?



(A) जब $\omega = 10^4$ rad.s^{-1} होगी तब विद्युत धारा (electric current) वोल्टता की समकला में होगी।

(B) जब $\omega >> 10^6$ rad.s^{-1}, परिपथ संधारित्र (capacitor) की तरह व्यवहार करता है।

(C) जब विद्युत धारा वोल्टता की समकला में होगी तो वह आवर्त्ति R पर निर्भर नही करेगी।

(D) जब $\omega \sim 0$ होगी तब परिपथ में बहती धारा शून्य के निकट होगी।

Ans. **(CD)**

Sol. Current will be in phase with voltage at resonant frequency.

अनुनादी आवत्ति पर धारा तथा वोल्टता समान कला में होगें।

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^6 \text{ sec}^{-1}$$

If यदि $\omega > \omega_0$ Circuit behaves like inductive. परिपथ प्रेरकीय होगा।

If यदि $\omega \sim 0$ $Z \to \infty \Rightarrow I \to 0$

6. For an isosceles prism of angle A and refractive index μ, it is found that the angle of minimum deviation $\delta_m = A$. Which of the following options is/are correct ?

(A) At minimum deviation, the incident angle i_1 and the refracting angle r_1 at the first refracting surface are related by $r_1 = \left(\frac{i_1}{2}\right)$

(B) For this prism, the refractive index μ and the angle of prism A are related as $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$

(C) For the angle of incidence $i_1 = A$, the ray inside the prism is parallel to the base of the prism

(D) For this prism, the emergent ray at the second surface will be tangential to the surface when the angle of incidence at the first surface is $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2} - 1} - \cos A\right]$

एक समद्विबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण A है। (isosceles prism of angle A)। इस प्रिज्म का अपवर्तनांक μ है। इस प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण (angle of minimum deviation) δ_m = A है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं।

(A) न्यूनतम विचलन में आपतित कोण i_1 एवं प्रथम अपवर्तक तल के अपवर्तक कोण $r_1 = \left(\frac{i_1}{2}\right)$ द्वारा संबंधित है।

(B) प्रिज्म का अपवर्तनांक μ एवं प्रिज्म कोण (A), $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$ द्वारा संबंधित हैं।

(C) जब प्रिज्म का आपतन कोण i_1 = A, है तब प्रिज्म के भीतर प्रकाश किरण प्रिज्म के आधार के समान्तर होगी।

(D) जब पहले तल पर आपतन कोण $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1}-\cos A\right]$ है, तब इस प्रिज्म के लिए द्वितिय तल से निर्गत किरण प्रिज्म के पष्ठ से स्पर्शीय होगी (tangential to the emergent surface)

Ans. **(AD)**

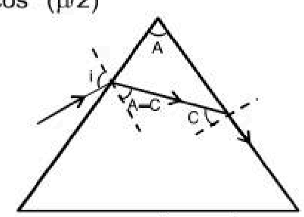
Sol.

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_{min}}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\text{Sin}A}{\sin\frac{A}{2}} = 2\cos\frac{A}{2}$$

$$\sin i = \mu\sin\frac{A}{2} \Rightarrow \quad \sin i = 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2} = \sin A$$

$$i = A \qquad r_1 = \frac{A}{2}$$

$$A = 2\cos^{-1}(\mu/2)$$



$$\sin C = \frac{1}{\mu},\ \cos C = \sqrt{1-\frac{1}{\mu_2}}$$

$$\sin i = \mu\sin(A-C) = \mu(\sin A\cos C - \cos A\sin C)$$

$$= \mu\left(\sin A\sqrt{1-\frac{1}{\mu^2}}-\frac{\cos A}{\mu}\right) = \left(\sin A\sqrt{\mu^2-1}-\cos A\right) = \left(\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1}-\cos A\right)$$

$$i = \sin^{-1}\left(\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1}-\cos A\right)$$

(C)

Incident and emergent side may or may not be equal, even if the prism is isosceles. Therefore light ray refracted from the first surface may or may not be parallel to the base.

So 'C' is not correct.

हांलाकि प्रिज्म समद्विबाहु है, आपतित तथा पारगमित भुजा समान हो भी सकती है अथवा नहीं भी। इसलिए प्रथम सतह से अपवर्तित प्रकाश किरण आधार के समान्तर हो भी सकती है अथवा नही भी।

इसलिए 'C' गलत है।

7. A human body has surface area of approximately $1m^2$. The normal body temperature is 10 K above the surrounding room temperature T_0. Take the room temperature to be T_0 = 300 K. For T_0 = 300K, the value of σT_0^4 = 460 Wm^{-2} (where σ is the Stefan-Boltzmann constant). Which of the following options is/are correct ?

(A) If the surrounding temperature reduces by a small amount $\Delta T_0 << T_0$, then to maintain the same body temperature the same (living) human being needs to radiate $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ more energy per unit time.

(B) Reducing the exposed surface area of the body (e.g. by curling up) allows humans to maintain the same body temperature while reducing the energy lost by radiation

(C) If the body temperature rises significantly then the peak in the spectrum of electromagnetic radiation emitted by the body would shift to longer wavelengths

(D) The amount of energy radiated by the body in 1 second is close to 60 joules

मानवीय पष्ठीय क्षेत्रफल लगभग $1m^2$ होता हैं मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से 10 K अधिक होता है। परिवेश तापमान T_0 = 300 K है, इस परिवेश तापमान के लिए σT_0^4 = 460 Wm^{-2} है जहाँ σ स्टीफान–बोल्ट्जमान नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है। निम्न में कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

(A) परिवेश तापमान अगर ΔT_0 से घटता है ($\Delta T_0 << T_0$) तब मानव शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ अधिक ऊर्जा विकिरित करनी पडती है।

(B) पष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसे : सिकुडने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित ऊर्जा घटाते है एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते है।

(C) मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकिरण स्पेक्ट्रम की शिखर तरंग दैर्ध्य (the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग दैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है।

(D) मानवीय शरीर से 1 सैकण्ड में निकटतम विकिरित ऊर्जा 60 जूल (60 joules) है।

Ans. **(ABD)**

Sol. (A) $W_1 = 4\sigma T_0^3 (\Delta T)$

$W_2 = 4\sigma T_0^3 (\Delta T + \Delta T_0)$

$W_2 - W_1 = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$

(B) $\lambda_m T = b \Rightarrow T\uparrow, \quad \lambda_m \downarrow$

(D) $W_1 = 4\dfrac{\sigma T_0^4}{T_0}\Delta T = \dfrac{4(460)}{300}(10) = \dfrac{184}{3} = 61.33J$

Note : While giving answer (A) and (D) it is assumed that energy radiated refers the net radiation. If energy radiated is taken as only emission then (A) and (D) will not be included in answer.

नोट : यदि विकिरीत ऊर्जा, कुल विकिरण से सम्बन्धित है तो (A) तथा (D) विकल्प सही है। यदि विकिरीत ऊर्जा केवल उत्सर्जन से सम्बन्धित है तो (A) तथा (D) गलत होगें।

SECTION – 2 : (Maximum Marks : 15)

- This section contains **FIVE** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

  Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.

  Zero Marks : 0 In all other cases.

खंड 2 : (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में **पाँच** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

8. A drop of liquid of radius $R = 10^{-2}$ m having surface tension $S = \frac{0.1}{4\pi} Nm^{-1}$ divides itself into K identical drops. In this process the total change in the surface energy $\Delta U = 10^{-3}$ J. If $K = 10^{\alpha}$ then the value of α is :

पष्ठ–तनाव (surface tension) $S = \frac{0.1}{4\pi} Nm^{-1}$ के द्रव के एक बूंद की त्रिज्या $R = 10^{-2}$ m है, जिसे K समरूप बूंदों में विभाजित किया गया है। पष्ठ–उर्जा का बदलाव $\Delta U = 10^{-3}$ Joules है। यदि $K = 10^{\alpha}$ है तब α का मान होगा।

Ans. **(6)**

Sol. $R = K^{1/3} r$

$\Delta U = S.K.4\pi r^2 - S.4\pi R^2$

$\Delta U = 4\pi S\left[K.\frac{R^2}{K^{2/3}} - R^2\right]$

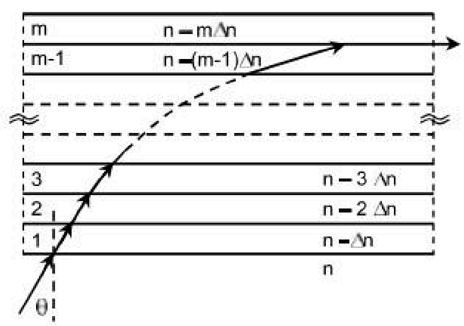
$= 0.1 \times 10^{-4}[K^{1/3} - 1] = 10^{-3}$

$K^{1/3} - 1 = 10^2$

$K^{1/3} = 101 = (10^{\alpha})^{1/3}$ $\quad \alpha = 6$

9. A monochromatic light is travelling in a medium of refractive index n = 1.6. It enters a stack of glass layers from the bottom side at an angle $\theta = 30°$. The interfaces of the glass layers are parallel to each other. The refractive indices of different glass layers are monotonically decreasing as $n_m = n - m\Delta n$, where n_m is the refractive index of the m^{th} slab and $\Delta n = 0.1$ (see the figure). The ray is refracted out parallel to the interface between the $(m-1)^{th}$ and m^{th} slabs from the right side of the stack. What is the value of m ?

एकवर्णी प्रकाश (monochromatic light) अपवर्तनांक n = 1.6 वाले माध्यम में प्रगामी है। यह प्रकाश काँच की चीती (stack of glass layers) पर निचले सतह से $\theta = 30°$ कोण पर आपतित होता है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है) । काँचों के स्तर परस्पर समांतर है। काँच के चीती के अपवर्तनांक एकदिष्ट $n_m = n - m\Delta n$, क्रम से घट रहे हैं। यहाँ m स्तर का अपवर्तनांक n_m है और $\Delta n = 0.1$ है। प्रकाश किरण (m – 1) एवं m स्तर के पष्ठतल से समांतर दिशा में दाई ओर से बाहर निकलता है। तब m का मान होगा ?



Ans. **(8 or Bonus)**

Sol. $1.6\sin\theta = (n - m\Delta n)\sin 90°$

$1.6\sin\theta = n - m\Delta n$

$1.6 \times \frac{1}{2} = 1.6 - m(0.1)$

$0.8 = 1.6 - m(0.1)$

$m \times 0.1 = 0.8$

$m = 8$

Note : Mathematically answer is 8, but this value of refractive index is physically impossible.

नोट: गणितीय उत्तर 8 है, परन्तु अपवर्तनांक हेतु यह मान वास्तविकता में सम्भव नहीं है।

10. ^{131}I is an isotope of Iodine that β decays to an isotope of Xenon with a half-life of 8days. A small amount of a serum labelled with ^{131}I is injected into the blood of a person. The activity of the amount of ^{131}I injected was 2.4×10^5 Becquerel (Bq). It is known that the injected serum will get distributed uniformly in the blood stream in less than half an hour. After 11.5 hours, 2.5 ml of blood is drawn from the person's body, and gives an activity of 115 Bq. The total volume of blood in the person's body, in liters is approximately (you may use $e^x \approx 1 + x$ for $|x| << 1$ and $\ln 2 \approx 0.7$).

आयोडीन का समस्थानिक (isotope) ^{131}I, जिसकी अर्ध–आयु 8 दिन है, β-क्षय के कारण जेनोंन (Xenon) के समस्थानिक में क्षयित होता है। अल्प मात्रा का ^{131}I चिह्नित (labelled) सीरम (serum) मानव शरीर में अन्तःक्षिप्त (inject) किया गया, जिस मात्रा की ॲक्टिवता (activity) 2.4×10^5 बेकेरेल (Becquerel) है। यह सीरम रूधिर धारा में आधे घंटे में एकसमान वितरित होता है। अगर 11.5 घंटे बाद 2.5 ml रक्त 115 बेकेरेल की ॲक्टिवता दर्शाता है, तब मानव शरीर में रक्त आयतन (लीटर में) है (आप $e^x \approx 1 + x$ for $|x| << 1$ एवं $\ln 2 \approx 0.7$ का उपयोग कर सकते हैं।)

Ans. **(5)**

Sol. $I^{131} \xrightarrow[T_{1/2}-8\,\text{Days}]{} xe^{131} + \beta$

$A_0 = 2.4 \times 10^5 \text{ Bq} = \lambda N_o$

Let the volume is V,

मानाकि आयतन V है,

$t = 0 \qquad A_o = \lambda N_o$

$t = 11.5 \text{ Hrs} \qquad A = \lambda N$

$$115 = \lambda\left(\frac{N}{V} \times 2.5\right)$$

$$115 = \frac{\lambda}{V} \times 2.5 \times (N_o e^{-\lambda t})$$

$$115 = \frac{(N_o\lambda)}{V} \times (2.5) \times e^{-\frac{\ln 2}{8\,\text{day}}(11.5\text{Hr})}$$

$$115 = \frac{(2.4 \times 10^5)}{V} \times (2.5) \times e^{-1/24}$$

$$V = \frac{2.4 \times 10^5}{115} \times 2.5\left[1 - \frac{1}{24}\right]$$

$$= \frac{2.4 \times 10^5}{115} \times 2.5\left[\frac{23}{24}\right]$$

$$= \frac{10^5 \times 23 \times 25}{115 \times 10^2} = 5 \times 10^3 \text{ml} = 5 \text{ liter}$$

11. An electron in a hydrogen atom undergoes a transition from an orbit with quantum number n_i to another with quantum number n_f. V_i and V_f are respectively the initial and final potential energies of the electron. If $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, then the smallest possible n_f is :

एक हाइड्रोजन परामाणु का एक इलेक्ट्रॉन n_i क्वांटम संख्या (quantum number) वाले कक्ष से n_f क्वांटम संख्या (quantum number) के कक्ष में प्रवेश करता है। V_i तथा V_f प्राथमिक एवं अंतिम स्थितिज उर्जाए है। यदि $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, तब n_f की न्यूनतम सम्भावी संख्या (smallest possible n_f) है

Ans. **(5)**

Sol. $PE = -\frac{27.2}{n^2}$

$$\frac{v_f}{v_i} = \frac{-\frac{27.2}{n_f^2}}{-\frac{27.2}{n_i^2}} = \frac{1}{6.25}$$

$$6.25 = \frac{n_f^2}{n_i^2}$$

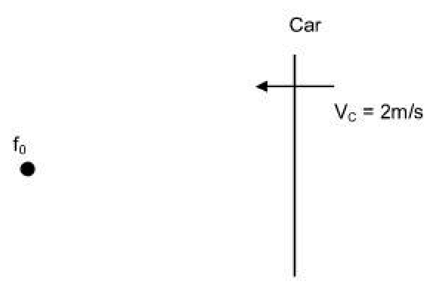
$$\frac{n_f}{n_i} = 2.5 = \frac{5}{2}$$

Answer. 5

12. A stationary source emits sound of frequency f_0 = 492 Hz. The sound is reflected by a large car approaching the source with a speed of $2ms^{-1}$. The reflected signal is received by the source and superposed with the original. What will be the beat frequency of the resulting signal in Hz ? (Given that the speed of sound in air is 330 ms^{-1} and the car reflects the sound at the frequency it has received).

एक स्थिर स्त्रोत आवत्ति f_0 = 492 Hz की ध्वनि उत्सर्जित करता है। $2ms^{-1}$ के गति से अपगमनी कार से यह ध्वनि परावर्तित होती है। ध्वनि स्त्रोत परावर्तित संकेत को प्राप्त कर के मूल संकेत पर अध्यारोपित (superposed) करता है। तब परिणामी सिग्नल की विस्पंद–आवत्ति (beat frequency) है
(ध्वनि की गति 330 ms^{-1} है। कार ध्वनि को उसकी प्राप्त हुई आवत्ति पर परावर्तित करती है।)

Ans. **(6)**
Sol.



Frequency observed at car कार को प्रेक्षित आवत्ति

$$f_1 = f_0\left(\frac{V+V_C}{V}\right)$$

Frequency of reflected sound as observed at the source
परावर्तित ध्वनि की आवत्ति जो स्त्रोत द्वारा प्रेक्षित की गई है

$$f_2 = f_1\left(\frac{V}{V-V_C}\right) = f_0\left(\frac{V+V_C}{V-V_C}\right)$$

beat frequency विस्पन्द आवत्ति $= f_2 - f_0$

$$= f_0\left[\frac{V+V_C}{V-V_C} - 1\right] = f_0\left[\frac{2V_C}{V-V_C}\right] = 492 \times \frac{2\times 2}{328} = 6 \text{ beat/s}$$

SECTION – 3 : (Maximum Marks : 18)

- This section contains **SIX** questions of matching type.
- This section contains **TWO** tables (each having 3 columns and 4 rows).
- Based on each table, there are **THREE** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
  Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
  Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
  Negative Marks : –1 In all other cases.

खंड 3 : (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के **छः** प्रश्न हैं।
- इस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कॉलम और 4 पंक्तियां हैं)
- प्रत्येक टेबल पर आधारित **तीन** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें **केवल एक विकल्प सही है।**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :**
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
  ऋण अंक: –1 अन्य सभी परिस्थितयों में।

Answer Q.13. Q14 and Q.15 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलनों मे उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.13. Q14 और Q.15 के उत्तर दीजिए।

A charged particle (electron or proton) is introduced at the origin (x = 0, y = 0, z = 0) with a given initial velocity $\vec{v}$. A uniform electric field $\vec{E}$ and a uniform magnetic field $\vec{B}$ exist everywhere. The velocity $\vec{v}$, electric field $\vec{E}$ and magnetic field $\vec{B}$ are given in column 1,2 and 3, respectively. The quantities E_0, B_0 are positive in magnitude.

	Column -1		Column -2		Column -3
(I)	Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(i)	$\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P)	$\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II)	Electron with $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$	(ii)	$\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q)	$\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III)	Electron with $\vec{v} = 0$	(iii)	$\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R)	$\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV)	Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(iv)	$\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S)	$\vec{B} = B_0\hat{z}$

एक चार्जयुक्त कण (इलेक्ट्रॉन या प्रोटॉन) आरंभिक गति $\vec{v}$ से मूल बिन्दु (x = 0, y = 0, z = 0) पर प्रस्तुत (introduced) होता है। स्थिर तथा एकसमान विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ एवं चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। कण की गति $\vec{v}$, विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ निम्न कॉलमों 1,2 एवं 3, में क्रमशः दर्शाये गये है। E_0, B_0 के मान धनात्मक है।

	कॉलम-1		**कॉलम -2**		**कॉलम -3**
(I)	इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(i)	$\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P)	$\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II)	इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$ से	(ii)	$\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q)	$\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III)	प्रोटॉन $\vec{v} = 0$ से	(iii)	$\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R)	$\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV)	प्रोटॉन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(iv)	$\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S)	$\vec{B} = B_0\hat{z}$

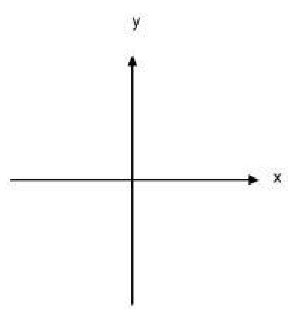
13. In which case will the particle move in a straight line with constant velocity ?

किस स्थिति में कण अचल गति से सीधी रेखा में चलन करता है।

(A) (IV) (i) (S) (B) (III) (ii) (R) (C) (II) (iii) (S) (D) (III) (iii) (P)

Ans. **(C)**

Sol.



For constant velocity नियत वेग हेतु

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{V} \times \vec{B}) = 0$$

$$\vec{E} = -(\vec{V} \times \vec{B})$$

Ans. (C)

$$-E_0\hat{x} = -\left[\frac{E_0}{B_0}\hat{y} \times B_0\hat{z}\right]$$

14. In which case will the particle describe a helical path with axis along the positive z direction ?
किस स्थिति में कण +z अक्ष अनुदिश कुंडलिनी पथ (helical path along the positive z-axis) का अनुसरण करेगा ?
(A) (IV) (i) (S) (B) (II) (ii) (R) (C) (III) (iii) (P) (D) (IV) (ii) (R)

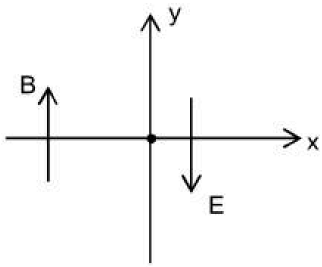
Ans. **(A)**

Sol. For helix with axis along positive z–direction magnetic field should be along z–direction.
सर्पिलाकार पथ जिसका अक्ष z–दिशा के अनुदिश है, इस पथ हेतु चुम्बकीय क्षेत्र z–दिशा के अनुदिश होना चाहिए।

15. In which case would the particle move in a straight line along the negative direction of y-axis (i.e, move along $-\hat{y}$) ?
किसी स्थिति में कण सीधी रेखा में ऋणात्मक y-अक्ष (negative y-axis) की दिशा में चलेगा ?
(A) (III) (ii) (R) (B) (IV) (ii) (S) (C) (III) (ii) (P) (D) (II) (iii) (Q)

Ans. **(A)**

Sol.

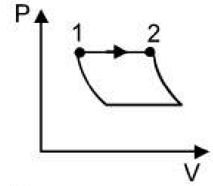
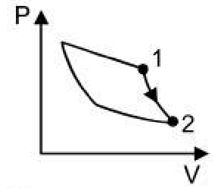
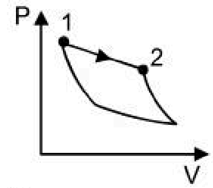
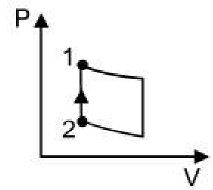


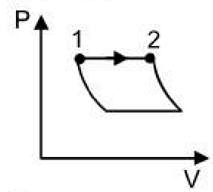
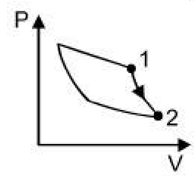
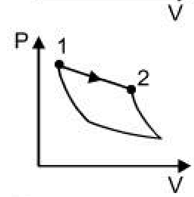
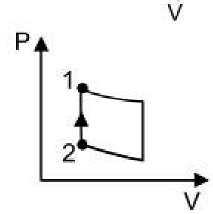
Force due to Electric field is along –y axis and force due to $\vec{B}$ is zero.
विद्युत क्षेत्र के कारण बल –y अक्ष के अनुदिश है तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के कारण बल शून्य है।

Answer Q.16. Q17 and Q.18 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.
नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलनों मे उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.16. Q17 और Q.18 के उत्तर दीजिए।

An ideal gas is undergoing a cyclic thermodynamic process in different ways as shown in the corresponding P – V diagrams in column 3 of the table. Consider only the path from state 1 to state 2. W denotes the corresponding work done on the system. The equations and plots in the table have standard notations as used in thermodynamic process. Here γ is the ratio of heat capacities at constant pressure and constant volume. The number of moles in the gas is n.

एक आदर्श गैस (ideal gas) विभिन्न चक्रीय उष्मपातिक प्रक्रमों से गुजरता है। यह निम्न कॉलम 3 में P– V ओरख द्वारा दर्शाया गया है। केवल स्थिति 1 से स्थिति 2 जानेवाले पथ की ओर ध्यान दें। इस पथपर निकाय पर हुआ कार्य W है (work on the system) यहाँ γ नियम दाब एवं नियत आयतन ऊष्मा–धारिताओं का अनुपात है (ratio of the heat capacities) गैस मोलों (moles) की संख्या n है।

	Column -1		Column -2		Column -3
(I)	$W_{1\to2} - \frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2 - P_1V_1)$	(i)	Isothermal	(P)	
(II)	$W_{1\to2} = -PV_2 + PV_1$	(ii)	Isochoric	(Q)	
(III)	$W_{1\to2} = 0$	(iii)	Isobaric	(R)	
(IV)	$W_{1\to2} = -nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	(iv)	Adiabatic	(S)	

	कॉलम-1		कॉलम -2		कॉलम -3
(I)	$W_{1\to2} = \frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2 - P_1V_1)$	(i)	समतापीय	(P)	
(II)	$W_{1\to2} = -PV_2 + PV_1$	(ii)	समआयतनिक (Isochoric)	(Q)	
(III)	$W_{1\to2} = 0$	(iii)	समदाबीय	(R)	
(IV)	$W_{1\to2} = -nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	(iv)	रूधोष्म (Adiabatic)	(S)	

16. Which of the following options is the only correct representation of a process in which $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$?

निम्न दिए विकल्पों में कौन सा संयोजन $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$ प्रक्रिया का अकेले सही प्रतिनिधित्व करता है ?

(A) (II) (iii) (P) (B) (II) (iii) (S) (C) (III) (iii) (P) (D) (II) (iv) (R)

Ans. (A)

17. Which one of the following options is the correct combination ?

निम्न विकल्पों में कौन सा संयोजन सही है ?

(A) (II) (iv) (P) (B) (IV) (ii) (S) (C) (II) (iv) (R) (D) (III) (ii) (S)

Ans. (D)

18. Which one of the following options correctly represents a thermodynamics process that is used as a correction in the determination of the speed of sound in an ideal gas ?

निम्न विकल्पों में से कौन सा संयोजन आदर्श गैस में ध्वनि की गति की माप के संशोधन में प्रयुक्त ऊष्मागतिक प्रक्रिया को सही दर्शाता है।

(A) (III) (iv) (R) (B) (I) (ii) (Q) (C) (IV) (ii) (R) (D) (I) (iv) (Q)

Ans. (D)

Sol. 16 to 18

I.	$W = \dfrac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$	(iv)	Adiabatic रूद्धोष्म Q
II.	$W = -P(V_2 - V_1)$	(iii)	Isobaric समदाबीय P
III.	$W = 0$	(ii)	Isochoric समआयतनिय S
IV.	$W = -nRT\ln\dfrac{V_2}{V_1}$	(i)	Isothermal समतापीय R